

LBRIS

We know
books

GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

**TESTE GRILĂ DE
AUTOEVALUARE LA
MATEMATICĂ
PENRTU CLASA A IX – A
PROFIL ȘTIINȚE ALE NATURII**

**EDITURA HYPERION
CRAIOVA 2025**

	Enunțuri	Rezolvări
1. Mulțimi și elemente de logică matematică	5	152
1.1 Mulțimea numerelor reale	5	152
1.1.1 Numere raționale	5	152
Testul 1	7	152
Testul 2	8	153
1.1.2 Numere iraționale. Numere reale	9	153
Testul 1	10	153
1.1.3 Operații algebrice cu numere reale. Puteri cu exponent întreg	11	155
Testul 1	13	155
Testul 2	14	156
Testul 3	15	156
1.1.4 Ordonarea numerelor reale	16	157
Testul 1	17	157
1.1.5 Modulul unui număr real	18	158
Testul 1	19	158
Testul 2	20	159
1.1.6 Aproximări, trunchieri, rotunjiri	21	160
Testul 1	22	160
1.1.7 Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real	23	161
Testul 1	24	161
1.1.8 Operații cu intervale de numere reale .	25	161
Testul 1	27	161
Testul 2	28	162
1.2 Elemente de logică matematică	29	162
1.2.1 Propoziție, predicat, cuantificatori. Operații logice elementare	29	162
Testul 1	30	162
1.2.2 Mulțimi. Corelarea elementelor de logică matematică cu operațiile și relațiile cu mulțimi	32	162
Testul 1	33	164
Testul 2	35	164
Testul 3	36	164
1.2.3 Tipuri de raționamente logice. Metoda	37	165

reducerii la absurd. Metoda inducției matematice	38	165
Testul 1	39	165
1.2.4 Probleme de numărare	40	167
Testul 1	41	167
1.3 Teste grilă de autoevaluare	42	167
Testul 1	42	167
Testul 2	43	168
Testul 3	44	169
2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale. Șiruri. Progresii aritmetice. Progresii geometrice	45	170
2.1 Șiruri	45	170
Testul 1	46	170
2.2 Progresii aritmetice	47	170
Testul 1	49	170
Testul 2	50	171
2.3 Progresii geometrice	51	173
Testul 1	53	173
Testul 2	54	174
2.4 Teste grilă de autoevaluare	55	175
Testul 1	55	175
Testul 2	56	176
3. Funcții, lecturi grafice	57	176
3.1 Reper cartezian, produs cartezian, drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m, m \in \mathbf{R}$	57	176
Testul 1	58	176
3.2 Noțiunea de funcție, funcții egale. Imaginea unei funcții	59	177
Testul 1	60	177
3.3 Funcții numerice. Graficul unei funcții numerice	61	178
Testul 1	62	178
3.4 Proprietăți ale funcțiilor numerice; mărghire, monotonie	63	179
Testul 1	64	179
3.5 Proprietăți ale funcțiilor numerice; paritate, imparitate, periodicitate	65	180
Testul 1	66	180
3.6 Compunerea funcțiilor	67	181
Testul 1	68	181

Testul 2	69	182
3.7 Teste grilă de autoevaluare	70	183
Testul 1	70	183
Testul 2	71	184
4. Funcția de gradul I	72	185
4.1 Ecuația de gradul I	73	185
Testul 1	73	185
4.2 Funcția afină. Funcția de gradul I. Grafic. Monotonie.	74	186
Testul 1	75	186
4.3 Semnul funcției de gradul I. Inecuații de gradul I	76	186
Testul 1	78	186
Testul 2	79	187
4.4 Poziția relativă a două drepte. Sisteme de ecuații de gradul I	80	188
Testul 1	81	188
4.5 Sisteme de inecuații de gradul I	82	189
Testul 1	83	189
4.6 Teste grilă de autoevaluare	84	188
Testul 1	84	188
Testul 2	85	189
5. Funcția de gradul al doilea	86	191
5.1 Ecuația de gradul al doilea	89	191
Testul 1	89	191
Testul 2	90	192
Testul 3	91	193
5.2 Funcția de gradul al doilea. Monotonie. Punct de extrem. Intersecția funcției cu axele de coordonate. Graficul funcției	92	194
Testul 1	94	194
Testul 2	95	195
5.3 Semnul funcției de gradul al II-lea. Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă	96	196
Testul 1	98	196
5.4 Teste grilă de autoevaluare	99	197
Testul 1	99	197
6. Vectori în plan	100	198
6.1 Segmente orientate	100	198
Testul 1	102	198

6.2 Vectori. Operații cu vectori	103	199
Testul 1	106	199
Testul 2	107	200
6.3 Vectori coliniari. Descompunerea unui vector după doi vectori dați, necoliniari și nenuli	108	200
Testul 1	109	200
Testul 2	110	201
6.4 Coliniaritate, concurență, paralelism. Calcul vectorial în geometria plană	111	202
Testul 1	112	202
Testul 2	113	203
6.5 Teste de evaluare	114	204
Testul 1	114	204
7. Trigonometrie și aplicațiile trigonometriei în geometrie	115	205
7.1 Unități de măsură pentru unghiuri și arce ..	115	206
Testul 1	116	206
7.2 Rezolvarea triunghiului dreptunghic	117	206
Testul 1	119	206
Testul 2	120	207
7.3 Cercul trigonometric. Funcții trigonometrice	121	208
Testul 1	125	208
Testul 2	126	209
7.4 Reducerea la primul cadran	127	210
Testul 1	128	210
Testul 2	129	211
7.5 Formule de legătură între funcțiile trigonometrice	130	211
Testul 1	131	211
7.6 Formule pentru funcțiile trigonometrice ale sumei și diferenței de unghiuri	132	213
Testul 1	133	213
Testul 2	134	214
7.7 Formule pentru funcțiile trigonometrice ale unghiului dublu, ale unghiului triplu, ale jumătății unui unghi	135	215
Testul 1	136	215
Testul 2	137	216
7.8 Calculul lungimii unui segment și a măsurii unui unghi. Aplicațiile trigonometriei în		

geometrie	138	217
Testul 1	139	217
Testul 2	140	218
7.9 Teste grilă de autoevaluare	141	219
Testul 1	141	219
Testul 2	142	220
8. Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar în geometria plană	143	222
8.1 produsul scalar a doi vectori	143	222
Testul 1	144	222
8.2 Aplicații ale trigonometriei în geometrie. teorema sinusurilor. Teorema cosinusului. Calcularea razei cercului înscris, cercului circumscris și exînscriș în triunghi. Calcul de arii	145	223
Testul 1	147	223
Testul 2	148	224
Testul 3	149	225
8.3 Teste grilă de autoevaluare	150	226
Testul 1	150	226
Testul 2	151	228

1. Mulțimi și elemente de logică matematică

1.1 Mulțimea numerelor reale

1.1.1 Numere raționale

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. **Mulțimea numerelor naturale:** $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots, \}$.

2. **Mulțimea numerelor întregi:** $\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \}$.

3. a) **Număr rațional** = mulțimea tuturor fracțiilor ordinare **echivalente** cu o fracție ordinară dată.

b) Frațiile ordinare $\frac{m}{n}$ și $\frac{p}{q}$ unde $m, n, p, q \in \mathbf{Z}, n \neq 0, q \neq 0$ sunt **echivalente** dacă și numai dacă $\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow mq = np$.

Exemplu. Frațiile $\frac{3}{7}$ și $\frac{9}{21}$ sunt echivalente deoarece $3 \cdot 21 = 7 \cdot 9 = 63$.

c) **Mulțimea numerelor raționale:** $\mathbf{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbf{Z}, n \neq 0 \right\}$.

În mod evident avem incluziunile: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$

4. a) **Fracție ireductibilă** = fracția ordinară $\frac{m}{n}$, unde m și n sunt prime între ele (cel mai mare divizor comun al numerelor a și b este egal cu 1).

Exemple. Frațiile $\frac{5}{11}$ și $\frac{8}{13}$ sunt ireductibile deoarece 5 și 11, respectiv 8 și 13 sunt prime între ele.

b) **Fracție reductibilă** = fracția ordinară $\frac{m}{n}$, unde m și n sunt multipli de un număr $p \neq 1$.

Exemple. Frațiile $\frac{6}{14}$ și $\frac{9}{12}$ sunt reductibile, deoarece 6 și 14 sunt multipli de 2, iar 9 și 12 sunt multipli de 3.

5. **Fracție zecimală.** Fiind dat numărul rațional $\frac{m}{n}$, prin împărțirea lui m la n se obține fracția zecimală $a, a_1 a_2 a_3 \dots$, unde a este un număr întreg, iar $a_1, a_2, a_3 \dots$ sunt cifre (iau valori în mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$)

Dacă după virgulă fracția zecimală are un număr finit de zecimale atunci ea se numește **fracție zecimală finită**.

Exemple. a) $\frac{7}{5} = 1,4$ b) $-\frac{15}{4} = -3,75$ c) $\frac{125}{8} = 15,625$.

Dacă după virgulă fracția zecimală are un număr infinit de zecimale atunci ea se numește **fracție zecimală infinită**.

Exemple. a) $\frac{11}{3} = 3,666 \dots = 3,(6)$

b) $-\frac{17}{6} = -2,8333 \dots = -2,8(3)$.

Fracțiile zecimale infinite care reprezintă numere raționale au o grupă de cifre care se repetă de o infinitate de ori și care se numește **perioadă**,

În exemplul de la a) perioada este (6), începe după virgulă și fracția zecimală se numește **periodică simplă**.

În exemplul de la b) perioada este (3), între virgulă și perioadă există cifra 8 și fracția zecimală se numește **periodică mixtă**.

Pentru a scrie o fracție zecimală periodică sub forma unei fracții ordinare procedăm conform regulilor învățate în gimnaziu:

a) $0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

b) $3,(21) = 3 + \frac{21}{99} = 3 + \frac{7}{33} = \frac{106}{33}$.

c) $2,12(3) = 2 + \frac{123-12}{900} = 2 + \frac{111}{900} = 2 + \frac{37}{300} = \frac{637}{300}$

b) Teste grilă de autoevaluare

Testul 1

■ Se acordă 1p din oficiu

(1) 1. Dintre relațiile de mai jos:

a) $-5 \in \mathbf{N}$ b) $8 \in \mathbf{N}$ c) $7, (8) \in \mathbf{N}$ d) $\frac{7}{9} \in \mathbf{Z}$ e) $2,7 \in \mathbf{Q}$

adevărate sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 2. Dintre fracțiile: $\frac{1}{3}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{11}{8}, \frac{11}{31}, \frac{15}{25}, \frac{17}{32}, \frac{27}{45}, \frac{12}{35}$ echivalente cu

fracția $\frac{6}{10}$ sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 3. Determină toate fracțiile de forma $\frac{n}{2}$ cuprinse între numerele naturale 3 și 9. Numărul lor este egal cu:

3 4 5 6 7

(1) 4. Fracțiile $\frac{2}{7}$ și $\frac{4}{x+2}$ sunt echivalente pentru valoarea lui x egală

cu: **10** **11** **12** **13** **14**

(1) 5. Dintre fracțiile: $\frac{2}{3}, \frac{8}{6}, \frac{3}{5}, \frac{10}{8}, \frac{11}{33}, \frac{15}{17}, \frac{17}{31}, \frac{27}{36}, \frac{15}{35}$ reductibile

sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 6. Dintre fracțiile: $\frac{2}{7}, \frac{3}{6}, \frac{4}{11}, \frac{11}{7}, \frac{12}{32}, \frac{15}{35}, \frac{17}{34}, \frac{27}{41}$, ireductibile

sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 7. Transformați fracția ordinară $\frac{11}{3}$ în fracție zecimală. Arătați că a zecea zecimală este egală cu:

3 4 5 6 7

(1) 8. Fracția $\frac{n-9}{n-3}$ devine număr întreg pentru un număr de valori

natural ale lui n egal cu: **5** **6** **7** **8** **9**

(1) 9. Arătați că fracția $\frac{n^2+n}{4n+2}$ este reductibilă. Cea mai mică valoare naturală a lui n cu care se simplifică este egală:

1 2 3 4 5

■ Se acordă 1p din oficiu

(1) 1. Dintre relațiile de mai jos:

a) $-3 \in \mathbf{Z}$ b) $-6 \in \mathbf{N}$ c) $\frac{5}{8} \in \mathbf{N}$ d) $\frac{3}{10} \in \mathbf{Q}$ e) $-7 \in \mathbf{Q}$

adevărate sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 2. Fie perechile de fracții:

a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{4}{3}$ și $\frac{12}{9}$; c) $\frac{1}{3}$ și $\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{2}$ și $\frac{20}{8}$; e) $\frac{4}{7}$ și $\frac{7}{12}$.

Arătați că echivalente sunt un număr de perechi egal cu:

1 **2** **3** **4** **5**

(1) 3. Determină toate numerele naturale cuprinse între numerele raționale $\frac{11}{2}$ și $\frac{45}{4}$. Numărul lor este egal cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 4. Determină toate numerele naturale cuprinse între numerele raționale $-\frac{17}{3}$ și $\frac{71}{8}$. Numărul lor este egal cu:

7 **8** **9** **10** **11**

(1) 5. Frațiile $\frac{4}{9}$ și $\frac{x+3}{27}$ sunt echivalente pentru valoarea lui x egală cu:

7 **8** **9** **10** **11**

(1) 6. Transformați fracția ordinară $\frac{13}{6}$ în fracție zecimală. Arătați că a opta zecimală este egală cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 7. Frația $\frac{n+9}{n+3}$ devine număr natural pentru un număr de valori ale lui n egal cu:

1 **2** **3** **4** **5**

(2) 8. Arătați că fracția $\frac{n^2+3n+8}{n^2-n+6}$ este reductibilă. Cea mai mică valoare naturală a lui n cu care se simplifică este egală:

1 **2** **3** **4** **5**

1.1.2 Numere iraționale. Numere reale.

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. **Număr irațional** = numărul reprezentat de o fracție zecimală, infinită, neperiodică.

Exemple. a) $\sqrt{2} = 1,4142135 \dots$ b) $\sqrt{7} = 2,6457513 \dots$

2. Notăm **mulțimea tuturor numerelor iraționale** cu $\mathbf{R} - \mathbf{Q}$.

3. **Număr real** = orice număr rațional sau irațional.

4. Notăm **mulțimea tuturor numerelor reale** cu \mathbf{R} și avem egalitatea $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup (\mathbf{R} - \mathbf{Q})$.

Evident au loc relațiile:

a) $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ b) $\mathbf{R} - \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ c) $\mathbf{Q} \cap (\mathbf{R} - \mathbf{Q}) = \emptyset$.

b) Teste grilă de autoevaluare

Testul 1

Se acordă 1p din oficiu

(1) 1. Fie numerele: $\sqrt{16}$, $\sqrt{99}$, $\frac{3}{4}$, 1, (3), $\sqrt{121}$, $\sqrt{44}$, $\sqrt{75}$. Dintre acestea, numere iraționale sunt:

unu două trei patru cinci

(1) 2. Calculați $\sqrt{5}$ cu 7 zecimale. Cifra 6 apare printre aceste zecimale de un număr de ori egal cu:

0 1 2 3 4

(1) 3. Numărul natural de o cifră n , astfel încât numărul $\sqrt{n+4}$ să fie rațional este:

3 4 5 6 7

(1) 4. Arătați că numere raționale de forma $\sqrt{n+1}$, unde n este număr natural mai mic decât 10 sunt:

unu două trei patru cinci

(1) 5. Arătați că numere iraționale de forma $\sqrt{2n+1}$, unde n este număr natural pătrat perfect de 2 cifre sunt:

unu două șase patru cinci

(1) 6. Numărul natural de două cifre n , astfel încât numărul $\sqrt{n+65}$ să fie natural de o cifră este:

13 16 25 46 57

(1) 7. Determină toate numerele naturale de 2 cifre n , astfel încât numărul $\sqrt{n+10}$ să fie rațional. Numărul lor este egal cu:

3 4 5 6 7

(1) 8. Numărul natural n pentru care $\sqrt{n^2+9}$ este rațional este:

3 4 5 6 7

(1) 9. Determină toate numerele naturale n , astfel încât $\sqrt{n+6}$ să fie rațional și $\sqrt{n+6} \leq 6$. Numărul lor este egal cu:

3 4 5 6 7

1.1.3 Operații algebrice cu numere reale

Puteri cu exponent întreg.

a) Noțiuni teoretice și exemple

Operațiile algebrice pe mulțimea numerelor reale sunt: adunarea și înmulțirea. Ele se definesc ca extensii ale operațiilor de adunare și înmulțire din mulțimea numerelor raționale.

a) Proprietățile adunării

- 1) Asociativitatea: $(x + y) + z = x + (y + z) (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}$;
- 2) Comutativitatea: $x + y = y + x (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
- 3) Element neutru 0: $x + 0 = 0 + x = x (\forall)x \in \mathbf{R}$;
- 4) Element opus: $x + (-x) = (-x) + x = 0 (\forall)x \in \mathbf{R}$; numărul $-x$ se numește opusul lui x .

b) Proprietățile înmulțirii

- 1) Asociativitatea: $(xy)z = x(yz) (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}$;
- 2) Comutativitatea: $xy = yx (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
- 3) Element neutru 1: $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x (\forall)x \in \mathbf{R}$;
- 4) Element inversabil: $x \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \cdot x = 1 (\forall)x \in \mathbf{R}, x \neq 0$; numărul $\frac{1}{x}$ se numește inversul lui x .

c) Proprietate de legătură între înmulțire și adunare

- 1) Distributivitatea înmulțirii față de adunare:
 $x(y + z) = xy + xz (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}$.

Observație. Ca operații derivate ale adunării și înmulțirii se pot defini operațiile de scădere și împărțire.

- a) $x - y = x + (-y), (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
- b) $x : y = x \cdot \frac{1}{y}, y \neq 0$.

d) Formule de calcul prescurtat

- 1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- 3) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
- 4) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
- 5) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
- 6) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$;

- 7) $(a - b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$;
 8) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
 9) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
 10) $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$,
 $n \geq 2, n \in \mathbf{N}$;
 11) $a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$,
 $n \geq 2, n \in \mathbf{N}$, impar.

e) Alte formule algebrice utile

- 1) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$;
 2) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$;
 3) $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = [(a + b)^2 - 2ab]^2 - 2a^2b^2$;
 4) $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$;
 5) $a^6 + b^6 = (a^2 + b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 + b^2)$;
 6) $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2ab - 2ac - 2bc$;
 7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc =$
 $= \frac{1}{2} [(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$;
 8) a) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) =$
 $= \frac{1}{2} (a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$.
 9) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a + b)(b + c)(c + a)$.

f) Proprietățile puterilor cu exponent întreg

- 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
 2) $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$;
 3) $(a^m)^n = a^{mn}$;
 4) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$;
 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$.

b) Teste grilă de autoevaluare

Testul 1

■ Se acordă 1p din oficiu

- (1) 1. Valoarea numărului: $2 + 4 + \dots + 40$ este:
 410 415 420 425 430
- (1) 2. Valoarea calculului $(5^4)^{-2} \cdot (5^2)^{-4} \cdot 5^{17}$ este:
 0 1 5 10 25
- (1) 3. Valoarea numărului: $\frac{1+3+5+\dots+49}{1+2+3+\dots+49}$ este:
 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{9}{14}$ $\frac{13}{27}$ $\frac{25}{49}$
- (1) 4. Valoarea numărului:
 $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{6})^2$
 este: 17 18 19 20 21
- (1) 5. Forma cea mai simplă a numărului:
 $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75} + \sqrt{108} + \sqrt{147}$
 este: $21\sqrt{3}$ $22\sqrt{3}$ $23\sqrt{3}$ $24\sqrt{3}$ $25\sqrt{3}$
- (1) 6. Forma cea mai simplă a numărului: $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ este:
 $\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}$ 1 0 $2\sqrt{2}$
- (1) 7. Forma cea mai simplă a expresiei:
 $(x + y)^2 + (x + 2y)^2 - (x + 3y)^2 - (x + 2y)(x - 2y)$
 este: $x^2 + y^2$ $x - y$ $2xy$ x^2 0
- (1) 8. După simplificare, fracția $\frac{a^2b+a^2+b+1}{b^2+3b+2}$ devine:
 $\frac{a+1}{b+2}$ $\frac{a^2+1}{b+2}$ $\frac{a^2+2}{b+1}$ $\frac{a+2}{b+2}$ $\frac{a+1}{b-2}$
- (1) 9. Forma cea mai simplă a expresiei:
 $1 - \frac{a+2}{a^2+2a+1} : \frac{a-1}{a+1} : \frac{a+2}{a-1}$
 este: $\frac{a}{a+1}$ $\frac{a}{a+2}$ $\frac{a-1}{a+1}$ $\frac{a}{a-3}$ $\frac{a}{a-1}$